

Cálculo del IRI de una carretera a partir de su perfil longitudinal

Por Manuel J. Melis
Dr. Ing. de Caminos, M. Sc., MBA



Equipo R. S. T.

1. Generalidades y Antecedentes.

EL IRI (Índice de Regularidad Internacional), que tan de moda se ha puesto en los últimos 3 años en nuestras carreteras y autovías, sigue siendo incomprensible para la mayoría de los técnicos.

El IRI fue aceptado como estándar de medida de regularidad superficial en las carreteras por el Banco Mundial en 1986. En sus publicaciones técnicas números 45 y 46 (ambas de 1986), el Banco explica con todo detalle el experimento internacional realizado en Brasil, a partir del cual, se llegó a la definición y aceptación del IRI. En la publicación 45 (págs. 34 y 37) incluso publica el Banco un sencillo programa en BASIC para calcular el IRI de una carretera a partir de

su perfil longitudinal.

Sin embargo, tal vez a muchos técnicos les haya ocurrido como al autor de este artículo. Las citadas notas técnicas del Banco Mundial no son fáciles de entender, no puede seguirse sin un gran esfuerzo cómo han

“La confusión sobre el IRI es tal que en ocasiones llega a hablarse de ‘PASAR EL IRI’, como si fuera una aspiradora, sobre un tramo de carretera, confundiendo el IRI con el equipo que lo mide.”

integrado el sistema de ecuaciones diferenciales que define el problema, no explican por qué lo han integrado por el Método de las Ecuaciones de Estado, siendo así que hay una solución de integración directa que parece mucho más sencilla; el programa de cálculo es difícil de seguir porque la notación es en muchas ocasiones confusa y no hay referencias o están dispersas en una docena de artículos, e incluso falta la definición exacta del IRI de una forma concreta. Es decir, se habla mucho del IRI (530 páginas en total) y no se dice nada útil para que pueda calcularlo un ingeniero normal en un caso real. Las publicaciones posteriores sobre el asunto confunden más aún, porque parten del supuesto de que las anteriores se han entendido y asimilado, y de que son perfectamente conocidas.

El presente artículo no pretende de ninguna manera hacer una crítica de

los citados trabajos del Banco, lo que sería probablemente una imprudencia o una osadía teniendo en cuenta el nivel de los expertos que trabajaron en el tema hace 5 años. Pero admitiendo que el trabajo del Banco Mundial está dirigido a expertos que ya conocen en detalle las bases de partida, falta una explicación sencilla dirigida a los técnicos de carreteras aún no expertos en el tema, comenzando desde el principio, de qué es el IRI, cuál es su modelo físico, y, sobre todo, cómo se calcula en la vida real. Este es el objeto del presente artículo, en el que, aún admitiendo la validez del método de las ecuaciones de estado para la integración del sistema, se propone y desarrolla una integración directa del sistema por diferencias finitas que creemos mucho más clara para los usuarios del IRI.

El proceso seguido en este artículo es el siguiente:

- Se detallan las ecuaciones diferenciales del movimiento del modelo.
- Se expresan los esquemas en diferencias finitas que van a utilizarse para la integración del sistema anterior.
- Se integra el sistema por diferencias finitas.
- Una vez integrado el sistema y conocidas en cada instante las velocidades y posiciones de las masas m_1 y m_2 , se calcula el IRI.
- Se comprueba el programa con las funciones seno y triángulo dadas por Ramón Crespo (5) y el Banco Mundial (2), respectivamente.
- Se detalla la rutina de cálculo en C para este algoritmo.
- Se lista el programa completo de cálculo y dibujo del modelo de cuarto de coche con todas sus funciones y rutinas.

2. El modelo físico. El Cuarto de Coche y las constantes "Golden Car".

Probablemente la figura 1 que se incluye se haya publicado más de 1 000 veces en España en los últimos 5 años. Es el llamado modelo de cuarto de coche, y simula, como es lógico, un cuarto de coche. Al avanzar este modelo por la carretera a una velocidad determinada (80 km/h) e ir siguiendo sus irregularidades, las masas se mueven en vertical, y para unos valores de las constantes de muelles, masas y amortiguador que se toman como estándar, el IRI se suele definir coloquialmente como "el movimiento vertical acumulado en dm, de la masa superior (que simula el asiento del conductor) al

avanzar el modelo de 100 metros". Esta definición no es totalmente exacta. El Banco Mundial (1), pág. 80, define el IRI como el $RARS_{80}$. A su vez el $RARS_{80}$ (Reference Average Rectified Slope a 80 km/h) es una anterior medida de la rugosidad que no define el Banco en sus publicaciones, pero que puede encontrarse definida en (4) (Appendix). Como su Autor, Sayers, no explica la notación utilizada para esa definición, hay que buscarla en (1), pág. 264. Tras este ir y venir por la literatura del tema, se llega a entender que las variables Z_1 y Z_3 son lo que en el Método de la Ecuación de Estado se denominan "Variables de Estado", y que son los incrementos de desplazamiento de las masas inferior y superior respectivamente, divididos por el incremento de longitud de carretera recorrida, es decir, la pendiente instantánea del movimiento de las masas.

La definición exacta del $RARS_{80}$, es decir, del IRI, tal como la da M.W. Sayers en (6) (pág. 46), es

$$(Ec 1) \quad RARS_{80} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n |Z_i - Z_{i-1}|$$

Donde Z_3 y Z_1 , variables de estado que no explica en ningún caso el Banco, son los cocientes incrementales anteriores de las masas inferior y superior respectivamente. Expresando éstos cocientes con respecto al tiempo en lugar de con respecto a la longitud de carretera recorrida por el cuarto de coche, y llamando V a la

velocidad con que éste va avanzando por la carretera.

(Ec 2)

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{dz}{dt} \frac{1}{V} = \frac{1}{V} \frac{dz}{dt}$$

Con la notación que a continuación introducimos para mayor facilidad de integración y cálculo, la expresión del IRI resulta:

(Ec 3)

$$IRI = RARS_{80} = \frac{1}{V(n-1)} \sum_{i=2}^n |\dot{z}_i - \dot{z}_{i-1}|$$

Por tanto el IRI es la sumatoria o integral del valor absoluto de la diferencia de velocidades verticales de las masas inferior y superior, para un recorrido determinado y en las condiciones determinadas (cuarto de coche con los valores del "Golden Car" circulando a 80 km/h), y dividido todo ello por el número de intervalos recorridos menos 1 y por la velocidad del modelo de cuarto de coche, que se fija en 80 km/h. La longitud del intervalo se conoce puesto que es la distancia constante con la que se ha obtenido el perfil longitudinal de la carretera. De lo anterior se deduce que la definición de IRI no responde exactamente a la definición coloquial dada más arriba, pero desarrollando la (Ec 1) y llamando u y v a los desplazamientos de las masas inferior y superior respectivamente con respecto a su posición inicial, se tiene:

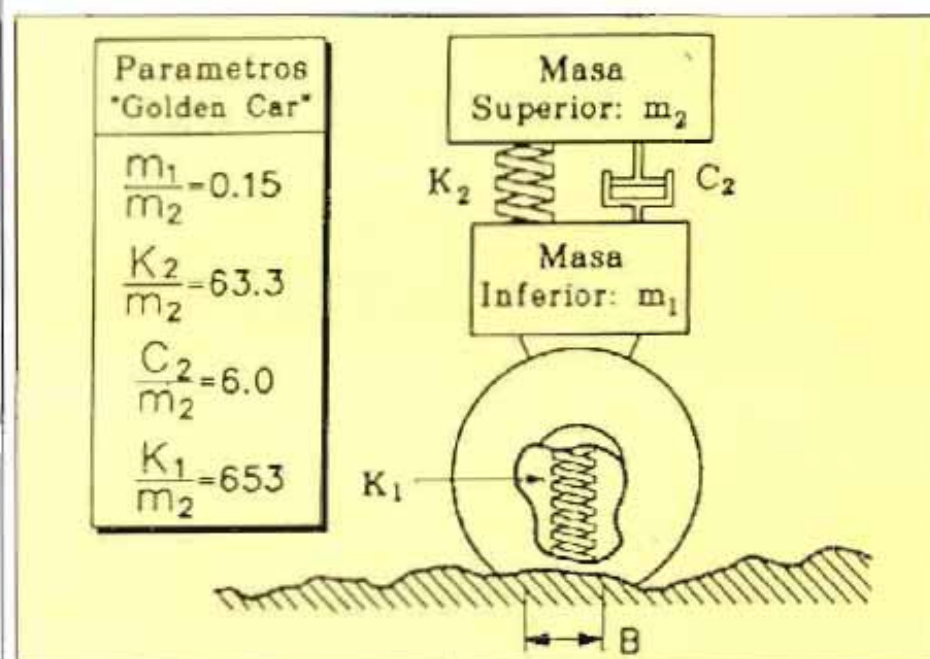


Fig. 1. Modelo de Cuarto de Coche.

(Ec 4)

$$IRI = RARS_{80} = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{\Delta u}{\Delta x} - \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| =$$

$$= \frac{1}{n \Delta x} \sum |\Delta u - \Delta v|;$$

$$L = \text{DISTANCIA} = n \Delta x$$

$$IRI = \frac{1}{L} \sum |\Delta u - \Delta v|$$

De esta expresión se deduce que el IRI puede definirse también como el desplazamiento acumulado en valor absoluto de la masa superior con respecto a la inferior, dividido por la distancia recorrida. Los parámetros del "Golden Car" pueden verse en R. Crespo (5).

3. Ecuaciones diferenciales del movimiento del Modelo.

Para los cálculos que siguen se modifica un poco la notación de la figura 1. La notación adoptada se indica en la figura 2.

— La masa, constante de muelle y constante de amortiguamiento de la masa superior se designan con el subíndice 2.

— Las de la masa inferior con el subíndice 1. Aunque el modelo de cuarto de coche no tiene amortiguador inferior, en este programa se incluye para hacerlo más general. Al dar valores a las constantes se hará igual a cero.

— El movimiento de la masa superior con respecto a su centro de gravedad en reposo o posición inicial se denomina v . La velocidad es $\dot{v}$ y la aceleración es $\ddot{v}$.

— El de la masa inferior con la letra u . Su velocidad y aceleración son $\dot{u}$ y $\ddot{u}$.

— La cota de la carretera con la letra z .

Las ecuaciones diferenciales que expresan el movimiento son por tanto las siguientes:

$$m_2 \ddot{v} + c_2(\dot{v} - \dot{u}) + k_2(v - u) = 0$$

$$m_1 \ddot{u} + c_1(\dot{u} - \dot{z}) + k_1(u - z) = 0$$

donde las derivadas lo son con respecto al tiempo.

4. Esquemas en diferencias finitas que van a utilizarse para la integración. Esquema implícito.

El método que sigue el Banco Mundial para integrar este sistema de

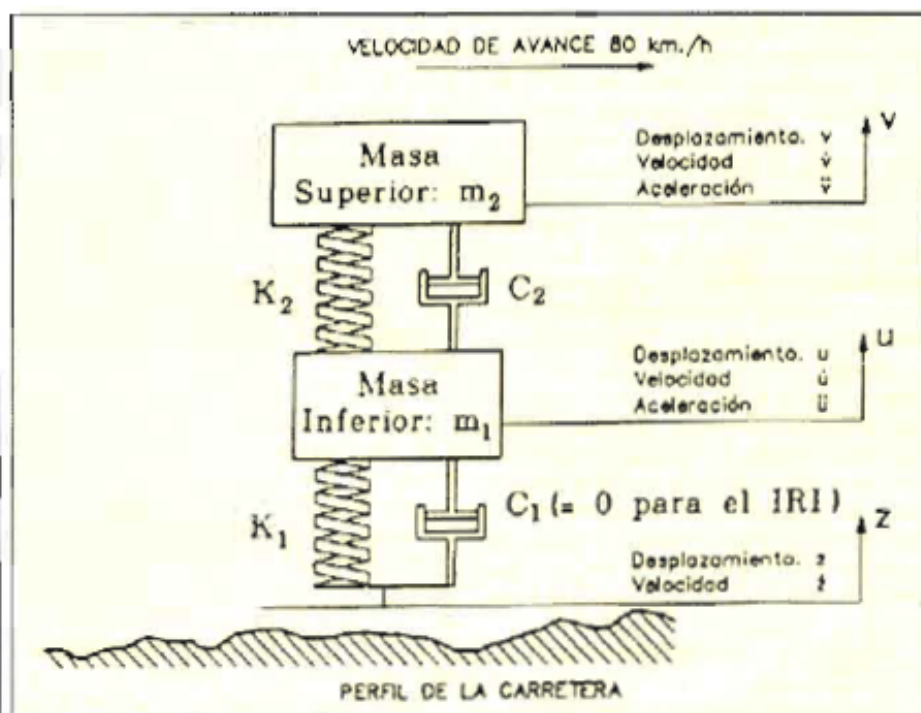


Fig. 2. Notación utilizada en el esquema de integración.

ecuaciones es el que denomina "Transition Matrix Method" o "State Matrix Method", y que en castellano se denomina "Método de la Ecuación de Estado". Según Hudson (7), este método es exacto y elimina los errores de los métodos numéricos. Sin embargo, en cualquier texto sobre dicho método de cálculo (9), (10) puede verse que no sólo el método es iterativo como la integración normal por diferencias finitas que se expone a continuación, sino que exige el cálculo previo de los coeficientes de la matriz de transición o de estado por un desarrollo en serie de potencias sucesivas de una matriz semilla y la exponenciación de dicha matriz para el cálculo del vector de coeficientes. Otros métodos de cálculo de la matriz

de transición, como el de los autovalores o el de Cayley-Hamilton, exigen cálculos aún más intensivos. Por otra parte, para poder entender el desarrollo del método dado por el Banco [(1), pág. 264 y sig.], faltan los esquemas o diagramas de flujo, y la definición de los vectores de estado con los que se trabaja. No hay ninguna referencia a los artículos o publicaciones en que pueda encontrarse el detalle del método utilizado. Los programas que conocemos actualmente en circulación en España son simples copias en FORTRAN u otros lenguajes del publicado por el Banco [(1) pág. 272, (2) pág. 34], basado en éste sistema de la ecuación de estado. Con éste método de integración el lector se pierde además en la notación utilizada por el Banco, y se olvida el modelo físico que define el problema.

El autor cree por tanto conveniente el desarrollo de un sistema de integración sencillo e intuitivo. El método que se expone a continuación es probablemente uno de los más elementales y sencillos que pueden seguirse para el cálculo del IRI, y consiste en la integración directa por diferencias finitas del sistema de ecuaciones diferenciales anterior.

La integración se hace partiendo del instante inicial $t = 0$ y avanzando en el tiempo a base de incrementos. El incremento de tiempo a considerar en la integración está definido por dos variables, la velocidad del coche (que es siempre 80 km/h para el cálculo del IRI) y la separación con que se han tomado los puntos del perfil de

“**E**l autor ha llegado a leer en informes recientes sobre tramos de autovías españolas definiciones del IRI como la siguiente: “El IRI se define como la medida uniforme obtenida por una simulación de una rueda suspendida de un vehículo de características NCHRP 228.”

la carretera. La forma más elemental de tomar el perfil de la carretera es con nivel y mira topográfica clásica. El equipo Video-Láser RST trabaja muestreando a 32 y 16 kHz (hasta 32 000 veces por segundo), y posee los sistemas que hacen la toma de muestras independiente de la velocidad real del vehículo para simular las condiciones del modelo a 80 km/h. Esta enorme potencia de muestreo permite obtener el perfil de la carretera cada 12,5 cm y ello trabajando hasta a 90 km/h. Los microordenadores incorporados en cada una de las lámparas láser procesan esta ingente cantidad de información y permiten fijar a voluntad la distancia de muestreo a considerar en el cálculo. Con el medidor manual o Dipstick fabricado en España la distancia de muestreo puede fijarse sólo en 25 cm o en 30 cm.

Como se sabe, para un incremento de tiempo dado, la expresión de la derivada de v (cota de la masa superior) con respecto al tiempo, es decir, la velocidad de la masa superior es:

(Ec 5)

$$\dot{v} \approx \frac{v_{t+1} - v_t}{\Delta t}$$

donde los subíndices $t+1$ y t indican el instante actual ($t+1$) y el anterior (t). Esta diferencia finita se llama progresiva por pasar de t a $t+1$.

A partir de esta expresión de la primera derivada o velocidad de v , es inmediato obtener la expresión de la segunda derivada o aceleración. Es la diferencia entre las primeras derivadas en los instantes ($t+1$) y (t) dividida por el incremento de tiempo:

“El método de la Ecuación de Estado puede ser necesario en modelos más complicados, como el Half-Car o el coche completo. Pero el modelo del Quarter-Car, con sólo 2 ecuaciones diferenciales, permite una integración más intuitiva y sencilla.”

En la expresión de la aceleración aparecen tres niveles de tiempo, y en consecuencia en el sistema global de ecuaciones son tres los niveles de

$$\ddot{v} \approx \frac{\frac{v_{t+1} - v_t}{\Delta t} - \frac{v_t - v_{t-1}}{\Delta t}}{\Delta t} = \frac{v_{t+1} - 2v_t + v_{t-1}}{\Delta t^2}$$

tiempo a estudiar, ya que el mayor grado de derivada que aparece es el segundo. El problema por tanto consiste en calcular los valores en el instante ($t+1$) en cada paso, cuando ya son conocidos los valores en los instantes anteriores (t) y ($t-1$). Naturalmente, como en todo problema de ecuaciones diferenciales dependientes del tiempo, es preciso definir las condiciones iniciales. Como se verá más adelante, las condiciones inicia-

les supuestas son las recomendadas por el Banco Mundial, si es que el autor ha logrado entender bien el incomprensible lenguaje utilizado por el Banco. Esta diferencia finita de segundo orden es de tipo central.

Como se sabe, se dice que este esquema en diferencias es implícito porque en cada paso de integración los valores correspondientes a ($t+1$) no se obtienen directamente, sino que es necesario resolver un sistema de ecuaciones lineales. Se elige este esquema implícito por ser el más sencillo dado el objeto de este artículo, pero podría utilizarse cualquier otro sistema (Crank-Nicholson, Hamming, Predictor-Corrector, Barakat-Clark, etc.). La mayoría de los esquemas pueden verse en el texto de métodos numéricos "Applied Numerical Methods", de Carnahan (versión española del autor). En cualquier caso, puede demostrarse que, para determinadas condiciones a cumplir por el incremento de tiempo, el esquema elegido es convergente, estable y consistente, que son las tres condiciones necesarias y suficientes para que la solución sea correcta. El lenguaje en que está escrito el programa de cálculo es el "C", y los compiladores de C actuales, como el utilizado por el autor, tienen una precisión que permite llegar a trabajar con números de 80 bits, es decir, desde $3,4 \cdot 10^{(-4932)}$ hasta $1,1 \cdot 10^{4932}$ (tipo long double). En este programa se ha utilizado el tipo double de 64 bits, que llega desde $1,7 \cdot 10^{(-308)}$ hasta $1,7 \cdot 10^{308}$. El error de truncamiento, por tanto, parece que no debe ser de importancia.

No se incluye aquí el análisis de las condiciones que debe cumplir el incremento de tiempo para la convergencia del sistema de ecuaciones en diferencias finitas, que será objeto de posteriores trabajos. Baste decir que el incremento de tiempo usado en la integración está directamente relacionado por medio de la velocidad del modelo con el incremento de espacio del perfil de la carretera, es decir, con la distancia de muestreo del perfil longitudinal. Para los valores habituales de muestreo (0,15 a 0,50 metros) el sistema es estable, consistente y convergente como puede verse en las comprobaciones que se incluyen más adelante.

5. Integración del sistema por diferencias finitas.

Expresando a continuación en di-



ferencias finitas las derivadas de las variables u , v y z se obtiene el sistema:

(Ec 7)

$$m_2 \frac{v_{t+1} - 2v_t + v_{t-1}}{\Delta^2 t} + c_2 \frac{v_{t+1} - v_t}{\Delta t} - c_2 \frac{u_{t+1} - u_t}{\Delta t} + k_2 (v_t - u_t) = 0$$

(Ec 8)

$$m_2 \frac{v_{t+1} - 2v_t + v_{t-1}}{\Delta^2 t} + m_1 \frac{u_{t+1} - 2u_t + u_{t-1}}{\Delta^2 t} + c_1 \frac{u_{t+1} - u_t - z_{t+1} + z_t}{\Delta t} + k_1 u_t - k_1 z_t = 0$$

Obsérvese que en las derivadas parciales de u y v se ha tomado una diferencia progresiva, es decir, si se está en el instante t , la derivada es la dada en la ecuación (5), dependiendo de t y $(t+1)$. No aparece el instante anterior $t-1$.

En las derivadas segundas se ha tomado un esquema central. Se considera esta segunda derivada como cociente dividido por el incremento de tiempo de las derivadas primeras progresivas en los instantes actual t y anterior $(t-1)$. Ver ecuación (6). Podría haberse tomado también un esquema central con las derivadas progresivas en t y $(t+1)$, pero la convergencia es sensiblemente peor y a veces inexistente.

La cota de la carretera se toma en el instante t , y su derivada primera es progresiva, como puede verse en la ecuación (8).

Multiplicando ambos miembros de cada ecuación por el cuadrado del incremento del tiempo se obtiene:

(Ec 9)

$$m_2 (v_{t+1} - 2v_t + v_{t-1}) + c_2 \Delta t (v_{t+1} - v_t - u_{t+1} + u_t) + k_2 \Delta^2 t (v_t - u_t) = 0$$

(Ec 10)

$$m_2 (v_{t+1} - 2v_t + v_{t-1}) + m_1 (u_{t+1} - 2u_t + u_{t-1}) + c_1 \Delta t (u_{t+1} - u_t - z_{t+1} + z_t) + k_1 \Delta^2 t u_t - k_1 \Delta^2 t z_t = 0$$

En cada paso de integración del sistema se han calculado las incógnitas u y v hasta el instante t . Se desconocen sus valores para el instante $(t+1)$, que son las nuevas incógnitas a calcular. Agrupando el sistema de ecuaciones en la forma adecuada se obtiene el nuevo sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Las incógnitas en cada paso de integración son u_{t+1} y v_{t+1} , y el resto de los elementos de las ecuaciones ya se conoce por haber sido calculados en el paso de integración anterior, correspondiente al instante t .

1), que son las nuevas incógnitas a calcular. Agrupando el sistema de ecuaciones en la forma adecuada se obtiene el nuevo sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Las incógnitas en cada paso de integración son u_{t+1} y v_{t+1} , y el resto de los elementos de las ecuaciones ya se conoce por haber sido calculados en el paso de integración anterior, correspondiente al instante t .

(Ec 11)

$$av_{t+1} + bu_{t+1} = -cv_t - du_t - ev_{t-1}$$

(Ec 12)

$$ev_{t+1} + fu_{t+1} = -gv_t - hu_t - ev_{t-1} - iu_{t-1} - jz_t - kz_{t+1}$$

Los valores de las masas, las constantes elásticas k y los coeficientes de amortiguamiento c son constantes, y también lo es el incremento de tiempo para cada problema estudiado. Se han definido en consecuencia las nuevas constantes siguientes que faciliten el trabajo:

(Ec 13)

$$\begin{aligned} a &= m_2 + c_2 \Delta t \\ b &= -c_2 \Delta t \\ c &= -2m_2 - c_2 \Delta t + k_2 \Delta^2 t \\ d &= c_2 \Delta t - k_2 \Delta^2 t \\ e &= m_2 \\ f &= m_1 + c_1 \Delta t \\ g &= -2m_1 \\ h &= -2m_1 - c_1 \Delta t + k_1 \Delta^2 t \\ i &= m_1 \\ j &= -c_1 \Delta t + k_1 \Delta^2 t \\ k &= c_1 \Delta t \end{aligned}$$

Como la solución del sistema va avanzando desde el instante 0 hasta el instante $(t+1)$ actual, los términos de la derecha de ambas ecuaciones son conocidos ya en el instante $(t+1)$, y pueden calcularse por corresponder a instantes anteriores. Llamando ahora p y q a las nuevas variables:

(Ec 14)

$$\begin{aligned} p_t &= -cv_t - du_t - ev_{t-1} \\ q_t &= -gv_t - hu_t - ev_{t-1} - iu_{t-1} - jz_t - kz_{t+1} \end{aligned}$$

el sistema de ecuaciones queda en la forma:

(Ec 15)

$$av_{t+1} + bu_{t+1} = p_t$$

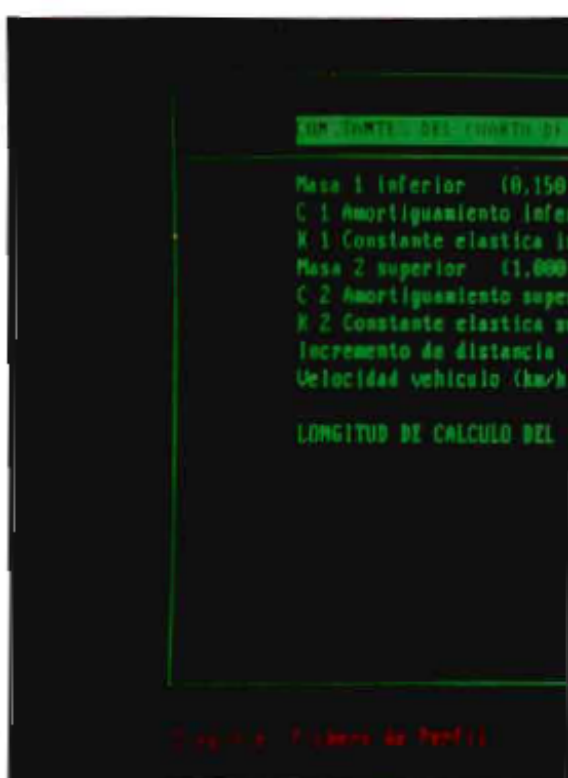
$$cv_{t+1} + fu_{t+1} = q_t$$

y las incógnitas en el instante $t+1$ resultan ser:

(Ec 16)

$$\begin{aligned} v_{t+1} &= \frac{fp_t - bq_t}{af - be} \\ u_{t+1} &= \frac{aq_t - ep_t}{af - be} \end{aligned}$$

y haciendo ahora:



(Ec 17)

$$\begin{aligned} m &= af - be \\ n &= \frac{f}{m} \\ r &= \frac{b}{m} \\ s &= \frac{a}{m} \\ t &= \frac{e}{m} \end{aligned}$$

el sistema queda en la forma

(Ec 18)

$$\begin{aligned} v_{t+1} &= np_t - rq_t \\ u_{t+1} &= sq_t - tp_t \end{aligned}$$

Los valores n , r , s y t son constantes y conocidos, ya que son función de las características físicas del siste-

ma (masas, muelle y amortiguamiento del Golden Car) y del incremento de tiempo elegido, que a su vez se conoce en función de la distancia de muestreo en la carretera y de la velocidad del vehículo.

A su vez, los valores p_t y q_t se conocen ya en el instante $t + 1$, ya que son función de u_t , v_t y z_t . Deben fijarse las condiciones iniciales para los instantes $t = 0$ y $t = 1$. A partir de estos valores iniciales y aplicando el algoritmo de integración se pasa al instante $t = 2$ y así sucesivamente hasta el instante t .



6. Condiciones iniciales

Al resolver por diferencias finitas un problema de contorno (por ejemplo, la Ecuación de Laplace en un problema de filtración en suelos) las condiciones de contorno son fundamentales, y definen la solución, y un cambio en las mismas la cambia totalmente (por ejemplo, un contorno permeable o impermeable). Como se sabe, las condiciones pueden ser de tres tipos: (a) la condición de Dirichlet, en que se conoce el valor de incógnita en el contorno, (b) la condición de Von Neumann, en que se conoce su derivada o dirección, y (c) la mixta de ambas. En el caso del sistema de ecuaciones diferenciales que nos ocupa, igual que en las ecuaciones diferenciales parabólicas, por trabajar avanzando en el dominio del tiempo, las condiciones de contorno

suelen denominarse condiciones iniciales.

En cada paso de integración, como se ha visto, se calculan las cotas de las masas m_1 y m_2 en el instante $(t + 1)$ a partir de los valores p_t y q_t . Estos valores dependen a su vez de las cotas de ambas masas en el instante (t) anterior y en el inmediatamente anterior $(t - 1)$. Dependen también de las cotas z de la carretera en el instante actual (t) y en el siguiente $(t + 1)$, que se lee del fichero de cotas. Ver ecuaciones (14).

El Banco Mundial define en su habitual forma críptica las condiciones iniciales que deben tomarse para la integración. De la página 270 del Technical Paper 45 parece deducirse que las aceleraciones iniciales de ambas masas deben ser cero, y sus derivadas con respecto a la distancia iguales entre sí e iguales a la pendiente media de la distancia recorrida en medio segundo. Confunde todavía más el tema indicando a continuación que puede cambiarse el incremento de longitud por un incremento de tiempo para así obtener una velocidad vertical inicial (página 271, párrafo 1). En este artículo se supone por tanto que las condiciones iniciales son:

$u_0 =$ Cota inicial de la carretera

$v_0 =$ Cota inicial de la carretera

(Ec 19)

$$\frac{z_1 - z_0}{\Delta x} = \frac{\text{Diferencia de cotas de la carretera en 0,5 sg}}{\text{Distancia recorrida en 0,5 sg}}$$

Siendo Δx la distancia de muestreo (es decir, la distancia o intervalo a que se han tomado las cotas en la carretera), la distancia recorrida en 0,5 segundos y el número de intervalos o puntos que es necesario leer son respectivamente:

(Ec 20)

$L =$ Distancia recorrida en 0,5 segundos = velocidad $\cdot 0,5$

$n =$ Número de intervalos =

$$\frac{\text{Distancia}}{\text{intervalo de muestreo}} = \frac{L}{\Delta x}$$

Expresando la derivada en diferencias finitas y teniendo en cuenta que las cotas iniciales u_0 y v_0 son nulas, se obtiene:

(Ec 21)

“**C**onocer el proceso de cálculo permite el cálculo de las aceleraciones sufridas por el conductor (medida del confort) e incluso dibujar el movimiento de las masas al avanzar por la carretera. Los programas están a disposición del lector.”

$$\frac{u_1 - u_0}{\Delta x} = \frac{\text{Diferencia de cotas en 0,5 sg}}{\text{Distancia recorrida}} = \frac{\text{Diferencia de cotas}}{n \Delta x}$$

$$\frac{u_1 - u_0}{\Delta t} = \frac{u_1 - u_0}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta t} = v \frac{u_1 - u_0}{\Delta x} = v \frac{z_n - z_0}{n \Delta x}$$

$$u_1 - u_0 = \frac{v \Delta t}{n \Delta x} (z_n - z_0) = \frac{z_n - z_0}{n}$$

$$u_1 = u_0 + \frac{z_n - z_0}{n}$$

Por lo tanto se leerá el primer valor del fichero de cotas de la carretera, y ése será el valor inicial de u y v . A continuación se leerá el fichero punto a punto hasta leer los n puntos necesarios, siendo $n = L / \Delta x$. Se tomará esta cota, y los valores de u_1 y v_1 se calcularán a partir de los anteriores por medio de la ecuación (21). De ésta forma se cumplen las condiciones dadas por el Banco Mundial para la velocidad inicial.

La condición de que las aceleraciones espaciales iniciales sean nulas se obtiene de la expresión en diferencias finitas anterior (6). Las aceleraciones temporales deberán también ser nulas (son las espaciales multiplicadas por el cuadrado de la velocidad de avance, que es constante), y se obtiene:

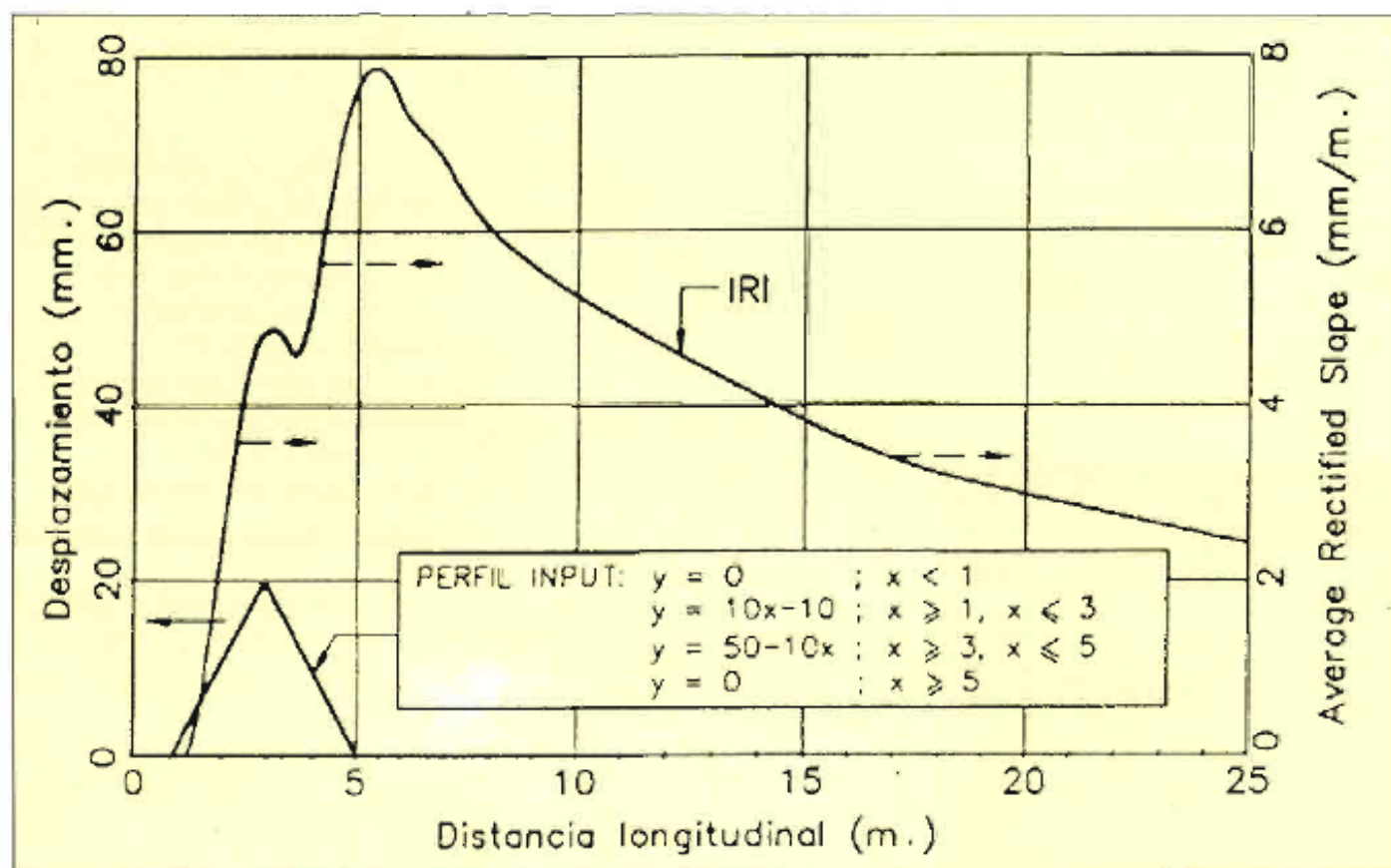


Figura 3. perfil INPUT propuesto por el Banco Mundial e IRI resultante.

(Ec 22)

$$\frac{d^2u}{dx^2} = 0$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{1}{V^2} \frac{d^2u}{dt^2} = \frac{1}{V^2} \frac{u_2 - 2u_1 + u_0}{\Delta t^2}$$

$$u_2 = 2u_1 - u_0$$

Las cotas en el instante 2 se calculan por medio de la fórmula (22). De esta forma se calculan los desplazamientos de las masas en los tres instantes primeros, y se cumplen las condiciones iniciales fijadas por el Banco Mundial para velocidades y aceleraciones.

7. Cálculo iterativo.

Con todo lo anterior, el proceso de cálculo es muy sencillo:

(a) Se calculan en primer lugar los valores de las constantes a , b , e y f .

(b) Se leen las N primeras cotas del perfil de la carretera. El último valor leído es la base de la condición inicial de u y v en el instante 1. El número N depende de la velocidad del modelo (80 km/h = 22,222 m/s para el IRI) y del intervalo de muestreo, que suele ser 20, 25 ó 30 cm.

(c) Se calculan los valores de u y v en el instante 1 según la fórmula (21). (Condiciones iniciales).

(d) Se lee una nueva cota y se calculan q_2 y p_2 con esta cota y los valores de u y v recién calculados para $t = 2$.

(e) Se calculan u_3 y v_3 a partir de p_2 y q_2 por la ec. (18).

(f) Se lee una nueva cota y se calculan q_3 y p_3 .

(g) Se calculan u_4 y v_4 a partir de p_3 y q_3 .

(h) Se repite este proceso hasta terminar el fichero de cotas de la carretera.

Terminado el proceso se han calculado las cotas de las masas superior e inferior en cada instante. Sus velocidades y aceleraciones respectivas se calculan inmediatamente a partir de las cotas por medio de las expresiones en diferencias expuestas más arriba.

8. Cálculo del IRI

Conocidas en cada instante las cotas, velocidades y aceleraciones de las masas superior e inferior, el cálculo del IRI es inmediato. En la expresión de Sayers dada más arriba no hay más que calcular en cada paso de integración el valor absoluto de la diferencia de velocidades, ir acumulando éste valor, y dividir en cada instante éste acumulado por el número de pasos recorridos menos 1 y por la velocidad del modelo, que es 80 km/h.

(Ec 23)

$$IRI = RARS_{80} = \frac{1}{V(n-1)} \sum_{i=2}^n |z_i - z_0|$$

9. Comprobación. Carretera de perfil longitudinal sinusoidal.

La expresión del IRI tiene solución analítica conocida para el caso particular teórico en que la carretera tiene un perfil longitudinal que sea una senoide perfecta. La expresión de la solución analítica puede verse en R. Crespo (6).

Los resultados obtenidos con el proceso y programa de cálculo que se describen en este artículo y la correspondiente solución teórica se resumen a continuación:

$$y(x) = A \sin \left(2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$$

Thomas D. Gillespie y César A.V. Queiroz, 1986.
(2) *Banco Mundial*. Technical Paper

Longitud de onda metros	IRI teórico (Crespo)	IRI calculado	Diferencia
5 m	0.935733	0.9323208	- 0.364 %
10 m	0.503874	0.503524	- 0.069 %
20 m	0.246807	0.2459649	- 0.341 %
30 m	0.060641	0.0608551	0.353 %

10. Comprobación. Carretera de perfil triangular.

Para comprobar los equipos y procesos de cálculo del IRI, el Banco Mundial (2), págs. 40 y siguientes recomienda usar el perfil triangular que se reproduce en la figura 3. Los resultados dados por el Banco (2), tabla 3, coinciden exactamente con los obtenidos por este proceso.

Bibliografía:

- (1) *Banco Mundial*. Technical Paper 45. "The International Road Roughness Experiment". Estimating Correlation and a Calibration Standard for Measurements. Michael W. Sayers,

46. "Guidelines for Conducting and Calibrating Road Roughness Measurements". Michael W. Sayers, Thomas D. Gillespie y William D.O. Paterson, 1986.

- (3) *ASTM*. Special Technical Publication 884. "Measuring Road Roughness and its effects on users cost and comfort". Development, Implementation and application of the Reference Quarter-Car Simulation". Michael W. Sayers, Thomas D. Gillespie, 1983.

- (4) *TRB* (Transportation Research Board) 68th Annual Meeting, 1989. "Two Quarter-Car models for defining road roughness: IRI and HRT". Michael W. Sayers, University of Michigan, Transportation Research Institute.

- (5) *Ingeniería Civil* (Nº 72). "Medida de la Regularidad Superficial. El indicador IRI y el equipo DIPSTICK". Ramón Crespo del Río y S. Pou.

- (6) *Ingeniería Civil* (Nº 74). "Evaluaciones de la Regularidad Superficial con Regla de 3 metros, viámetro e IRI". Ramón Crespo del Río e I. Sánchez.

- (7) *ASTM*. Special Technical Publication 884. "Root-Mean-Square Vertical Acceleration as a Summary Roughness Statistic". W. Ronald Hudson, D. Halbach, J.P. Zaniewski, 1983.

- (8) *TRB* (Transportation Research Board) 69th Annual Meeting, 1990. "Profiles of Roughness". Michel W. Sayers, University of Michigan, Transportation Research Institute.

- (9) *State Space and Linear Systems*, McGRAW-HILL, 1971, D.M. WIBERG.

- (10) *Stochastic Models, Estimation and Control*, Vol. I Academic Press, 1979, Peter S. MAYBECK.

- (11) *Dynamic Modeling and Control of Engineering Systems*, MACMILLAN PUBLISHING COMPANY, 1990. J.L. Shearer. B.T. Kulakowski.